Sistemas de ecuaciones

Problemas con las compras

ACTIVIDAD 1

Un grupo de amigos decidió pasar un día en el parque. A la tarde, Analía fue a un quiosco donde compró 2 alfajores y 1 latita de gaseosa y pagó $ 1,80 . Carlos le preguntó a Analía cuánto pagó cada cosa y ella respondió que no sabía. Mientras hablaban, Beatriz también fue a comprar al mismo quiosco, pero ella compró 3 alfajores de los mismos que compró Analía, y 2 gaseosas también de las mismas; pagó $ 3,10. Cuando volvió Beatriz (que tampoco preguntó los precios de cada cosa) entre los tres amigos intentaron determinar los precios desconocidos.

a. ¿Pueden ustedes averiguar los precios? Si pueden, expliquen cómo lo hicieron; si no pueden, expliquen también por qué.

b. Más tarde, Darío compró 6 alfajores y 3 gaseosas y pagó $4,20. Cuando regresó, Carlos dedujo en seguida que Darío había comprado en otro quiosco.

¿Cómo se dio cuenta?

c. Finalmente, Elena compró 1 alfajor y una gaseosa y Carlos, sin preguntar cuánto pagó, creyó que ya podía calcular el precio de cada cosa. ¿Es cierto? Si contestan que sí, calcúlenlo; si contestan que no, expliquen por qué.

d. Analía le hizo notar a Elena que había dos quioscos que tenían precio distinto. Entonces, Elena aclaró que ella había comprado en el lugar en que la gaseosa costaba menos. ¿Cambia la respuesta anterior con este dato? ¿Por qué?

e. En otro quiosco, la gaseosa costaba $1 y cada alfajor, 50 centavos y Carlos decidió comprar allí. ¿Dónde le convenía más comprar? Expliquen por qué.

Para reflexionar

- ¿Podía Carlos calcular el precio de cada producto después de hablar con Analía, pero antes de que llegara Beatriz? ¿Por qué?
- A partir de lo que dijo Analía se podía calcular el gasto de 4 alfajores y 2 gaseosas. ¿Cómo se puede hacer? ¿Se puede calcular también el precio de 6 alfajores y 2 gaseosas? Si contestan que sí, expliquen cómo, y si contestan que no, expliquen por qué.
- Si Beatriz, en cambio, compraba 4 alfajores y 2 gaseosas a $3,60, ¿tendrían datos suficientes para calcular el precio de cada artículo? Expliquen por qué.
- ¿Pueden calcular cuánto le costó cada alfajor y cada gaseosa a Darío? Si piensan que sí, expliquen cómo, y si piensan que no, expliquen por qué.
- Para cada uno de los cinco amigos, escriban una ecuación que relacione qué compró y cuánto gastó, tomando como variables los precios de cada producto.
- ¿Qué sucede si resuelven el sistema formado por las tres ecuaciones correspondientes a las compras de Analía, Beatriz y Darío? ¿Pueden relacionarlo con la observación que hizo Carlos?
- ¿Cuántas ecuaciones son necesarias para averiguar dos incógnitas? Justifiquen su respuesta sobre la base de lo que ya vimos.



ACTIVIDAD 2

En Economía se llama "recta de balance" al conjunto de las combinaciones máximas de dos bienes que el consumidor puede comprar con una cantidad fija de dinero (se supone que se gasta todo y que el precio de cada bien permanece fijo en el período estudiado). Veamos un ejemplo. Una persona separa $60 para gastar durante el mes en carne de vaca o de pollo. El kilogramo de carne de vaca cuesta $2 y el de pollo, $4. Gastando todo el dinero que separó, podría comprar 15 kg. de pollo durante el mes; si no, podría comprar 6 kg. de carne de vaca pero entonces, sólo podría comprar 12 kg. de pollo.

a. Encuentren por lo menos otras cuatro combinaciones más, usando todo el dinero.

b. Ubiquen en un gráfico los valores que obtuvieron. Para poder comparar con los gráficos de sus compañeros, ubiquen la cantidad de carne de vaca en el eje de abscisas y la de pollo, en el de ordenadas.

c. A partir de la representación gráfica, ¿pueden anticipar dónde se graficarían otras combinaciones posibles? ¿Cuántas soluciones hay?

d. Escriban una ecuación que relacione ambas cantidades comparadas con los $60 disponibles. Ésa es la expresión que se llama "recta de balance". ¿Es una recta, en este caso? ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación?

e. ¿En qué cambiaría la situación para otra persona que tuviera $80 para gastar en esos productos? ¿Cómo se refleja el cambio en el gráfico? (Supongan que los precios se mantienen constantes).

ACTIVIDAD 3

Representen gráficamente la ecuación $3x - 2y = a$ para algún valor de a que elijan.

a. En el gráfico, ¿qué representa al conjunto solución?

b. Elijan otro valor de a y representen la nueva recta en el mismo gráfico. Si las soluciones del sistema formado por ambas ecuaciones están representadas por los puntos de intersección de las rectas en el gráfico, ¿cuántas soluciones tiene el sistema? Resuelvan el sistema analíticamente y comprueben si los resultados coinciden.

c. ¿Pueden elegir un nuevo valor para a y plantear otra ecuación de manera que resulte un sistema cuya única solución sea el punto (1,0)? Analicen gráficamente la respuesta. ¿Cuántas rectas pasan por el punto (1,0)? ¿Es única la respuesta en el caso anterior?

Para investigar

Analicen qué cantidad de soluciones puede tener un sistema con dos incógnitas, según la cantidad de ecuaciones que lo compongan. Investiguen por lo menos los casos con solo una, con dos, y con tres ecuaciones.

Busquen relaciones entre las distintas posibilidades que encontraron y los gráficos correspondientes a las ecuaciones en cada sistema.

Intenten enunciar problemas que se relacionen con las distintas situaciones planteadas.

